

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ
проректор

Машаров

П.А. Машаров

« 29 » марта 2024 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ АНАЛИЗА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины «Избранные вопросы анализа» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль подготовки: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:
профессор кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук, профессор



В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 26.03.2024 г. № 10

Заведующий кафедрой



В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
28.03.2024 г.



И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.
Председатель



Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, зав. каф. МАиДУ, проф.
26.03.2024 г.



В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Гармонический анализ, Интегральные преобразования, Современные проблемы математики, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Производственная практика: преддипломная практика, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.13 Избранные вопросы анализа
Часть образовательной программы	Безальтернативные дисциплины
Количество зачетных единиц/ всего часов	6 /216

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	3,4	6,7	43	–	60	113	216	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ПК-3. Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам.

4.2. Индикаторы компетенций

ПК-3.3. Разрабатывает программы и реализует преподавание разделов математики, связанных с функциями и их свойствами, в рамках дополнительного образования.

4.3. Результаты обучения

ПК-3.3.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией функций.

ПК-3.3.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины (находить разложения функций в ряды, решать интегральные уравнения, производить преобразования с функциями).

ПК-3.3.3. Владеет методами преобразования Фурье, теории специальных функций, методами исследования структуры решений интегральных уравнений.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Основные понятия и результаты	1.1. Функции с нулевыми интегралами по отрезкам. 1.2. Теорема Бореля. 1.3. Свойства свёртки. 1.4. Квазианалитичность. 1.5. Теорема Данжуа-Карлемана. 1.6. Сферические гармоники 1.7. К-финитные функции. 1.8. Теорема о носителе свёртки. 1.9. Оператор сферического среднего. 1.10. Собственные функции лапласиана. 1.11. Волновой фронт. 1.12. Сферическое преобразование. 1.13. Теоремы о шаровых средних.
Раздел 2. Цилиндрические функции	2.1. Функции Бесселя и Неймана. 2.2. Рекуррентные формулы. 2.3. Цилиндрические функции с полуцелым индексом. 2.4. Формула Ломмеля-Ганкеля. 2.5. Функции Ганкеля. 2.6. Интеграл Эйри. 2.7. Преобразование Фурье К-финитных функций. 2.8. Асимптотические разложения. 2.9. Разложения Якоби. 2.10. Нули цилиндрических функций. 2.11. Предположение Бурже. 2.12. Теоремы сложения. 2.13. Теорема Зигеля. 2.14. Ряды по цилиндрическим функциям. 2.15. Интегральные представления.
Раздел 3. Теория преобразования Фурье	3.1 Основные свойства преобразования Фурье. 3.2. Преобразования Фурье К-финитных функций. 3.3 Преобразование Фурье радиальных функций 3.4. Теоремы о рядах Фурье-Бесселя. 3.5. Волновой фронт.
Раздел 4. Приложения к проблемам анализа	4.1. Метод сглаживания 4.2. Задача трёх квадратов 4.3. Проблема Зальцмана. 4.4. Уравнения, решаемые в цилиндрических функциях. 4.5. Описание класса функций с нулевыми шаровыми

	<p>средними.</p> <p>4.6. Функции с нулевыми интегралами по отрезкам.</p> <p>4.7. Теоремы единственности для гармонических функций.</p> <p>4.8. Точность условий в теоремах единственности.</p> <p>4.9. Проблема Литтльвуда.</p> <p>4.10. Теоремы об одном радиусе.</p> <p>4.11. Задача Фаркаша.</p> <p>4.12. Теоремы типа Лиувилля для различных классов функций</p> <p>4.1. Теоремы типа Мореры</p> <p>4.13. Усиление теоремы Дзядыка</p> <p>4.14. Аппроксимация индикаторами</p>
--	--

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 3, семестр – 6

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Основные понятия и результаты	8		4	13	25
Функции с нулевыми интегралами по отрезкам.	2		1	4	7
Свойства свёртки.	2		1	5	8
Теорема Бореля..	4		2	4	10
Раздел 2. Квазианалитичность	8		4	13	25
Теорема Данжуа-Карлемана.	2		1	4	7
Сферические гармоники	2		1	1	4
К-финитные функции.	4		2	4	10
Раздел 3. Сферическое преобразование.	9		4	13	26
Теорема о носителе свёртки.	3		1	4	8
Оператор сферического среднего.	3		1	4	8
Собственные функции лапласиана.	3		2	5	10
Раздел 4. Цилиндрические функции	9		4	13	26
Функции Бесселя и Неймана.	3		1	4	8
Рекуррентные формулы.	3		1	4	8
Цилиндрические функции с полуцелым индексом.	3		2	5	10
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	34	–	17	52	103

6.2. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 5. Бесселевы функции второго рода	6		6	15	27
Формула Ломмеля-Ганкеля.	2		2	5	9
Функции Ганкеля.	2		2	5	9
Интеграл Эйри.	2		2	5	9
Раздел 6. Разложения бесселевых функций	6		6	15	27
Асимптотические разложения.	2		2	5	9
Разложения Якоби.	2		2	5	9

Нули цилиндрических функций.	2		2	5	9
Раздел 7. Теория преобразования Фурье	6		6	15	27
Основные свойства преобразования Фурье.	2		2	5	9
Преобразования Фурье К-финитных функций.	2		2	5	9
Преобразование Фурье радиальных функций	2		2	5	9
Раздел 8. Приложения к проблемам анализа	6		6	16	28
4.4. Уравнения, решаемые в цилиндрических функциях.	2		2	5	9
4.5. Описание класса функций с нулевыми шаровыми средними.	2		2	5	9
4.6. Функции с нулевыми интегралами по отрезкам.	2		2	6	10
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	26	–	26	61	113

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

- 1.Свёртка.
2. Теорема Бореля.
3. Теорема Данжуа-Карлемана.
4. Квазианалитические функции.
5. Преобразование Фурье.

Раздел 2

1. Теорема Титчмарша
2. Волновой фронт.
3. Метод сглаживания.
4. Функции Неймана.
5. Формула Ломмеля-Ганкеля.

Раздел 3

1. Функции Бесселя.
2. Сферическое преобразование.
3. Преобразование Фурье К-финитных функций.
4. Предположение Бурже
5. Теорема Зигеля

Раздел 4

1. Теорема о среднем для собственных функций лапласиана, .
2. Уравнения, решаемые в цилиндрических функциях.
3. Проблема Зальцмана.
4. Теоремы типа Лиувилля.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Теорема Данжуа-Карлемана.
2. Аппроксимации Паде.
3. Лакунарные ряды.
4. Преобразование Фурье финитных функций
5. Свойства симметрии преобразования Фурье.
6. Свойства цилиндрических функций в комплексной плоскости.
7. Метод сглаживания.
8. Метод Зигеля.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- цилиндрические функции и их обобщения;
- вычисление интегралов Фурье;
- решение интегральных уравнений

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета:

1. Цилиндрические функции с полуцелым индексом .
2. Вычислить интеграл $\iint_{|z-w|\leq r} J_m(\rho) e^{im\varphi} dx dy$.
3. Решите уравнение $\int_0^x \frac{f(t)dt}{\sqrt{x-t}} = x^n$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 6,7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Б.Г.Корнев. Основы теории бесселевых функций/ Б.Г. Корнев - Москва: Наука, 1971, 288с.
2. Л.Хёрмандер. Анализ линейных дифференциальных операторов с частными производными, том 1 / Л.Хёрмандер. - М. : Мир, 1986. - 464 с.
3. В.В. Волчков. Окончательный вариант локальной теоремы о двух радиусах // Математический сборник. - 1995. - Т. 186, № 6. - С. 15–34.
4. В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волčkова. О некоторых свойствах функций, характеризующих нулевыми интегралами // Математическое образование. - 2021. - № 4 (100), часть II. - С. 38–48.
5. В.В. Волчков, Вит.В. Волчков, Н.П. Волčkова. О некоторых свойствах функций, характеризующих нулевыми интегралами. Окончание // Математическое образование. - 2022. - № 1 (101). - С. 38–47.

11.2. Дополнительная литература

1. Хелгасон С. Преобразование Радона / С. Хелгасон. - М. : Мир, 1983. - 150 с.
2. Йон Ф. Плоские волны и сферические средние в применении к дифференциальным уравнениям с частными производными / Ф. Йон. - М.: ИЛ, 1958. - 158 с.
3. Хелгасон С. Группы и геометрический анализ / С. Хелгасон. - Москва: Мир, 1987 - 736 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека «**КиберЛенинка**»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система «**Лань**»: [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).